

# **Lekce L4**

## **Základní pojmy**

### **numerických algoritmů**

---

Martin Janoušek  
ČHMÚ/ONPP

# Proč numerické metody

---

## □ důvody:

- řídicí **základní rovnice** jsou velmi komplexní a nemají analytické řešení => řešení pouze pomocí jejich **algebraické aproximace**
- počítač je schopen za daný čas provést jen konečný počet výpočtů => nutnost **redukce rozlišení atmosférických procesů** popisem parametrů pouze ve vybraných bodech

## □ důsledek:

- numerická aproximace rovnic a diskrétní reprezentace dat vnáší do řešení chyby, které spolu s nepřesnostmi znalosti počátečních dat vedou k výsledné **chybě předpovědi**

# Součásti numerického řešení

---

- oblast výpočtu (*← délka předpovědi*)
  - horizontální (globální, omezená oblast)
  - vertikální (od mezní vrstvy po stratosféru nebo i výš)
- reprezentace atmosférických polí, modelová síť (*← oblast a dostupný výkon*)
  - horizontální rozlišení, typ sítě, uspořádání veličin
  - vertikální souřadnice, rozlišení, uspořádání veličin
- výběr prognostických a diagnostických rovnic a jejich numerická aproximace
- časové schéma
- počáteční a okrajové podmínky

# Řídicí rovnice

pohybové rovnice

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - \dot{\eta} \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} - RT \frac{\partial \ln p}{\partial x} + fv + F_u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - \dot{\eta} \frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} - RT \frac{\partial \ln p}{\partial y} - fu + F_v$$

1. věta termodynamická

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -u \frac{\partial T}{\partial x} - v \frac{\partial T}{\partial y} - \dot{\eta} \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{RT}{C_p} \frac{\omega}{p} + F_T$$

rovnice kontinuity

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = - \int_0^1 \nabla_{\eta} \cdot \left( \mathbf{v} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) d\eta$$

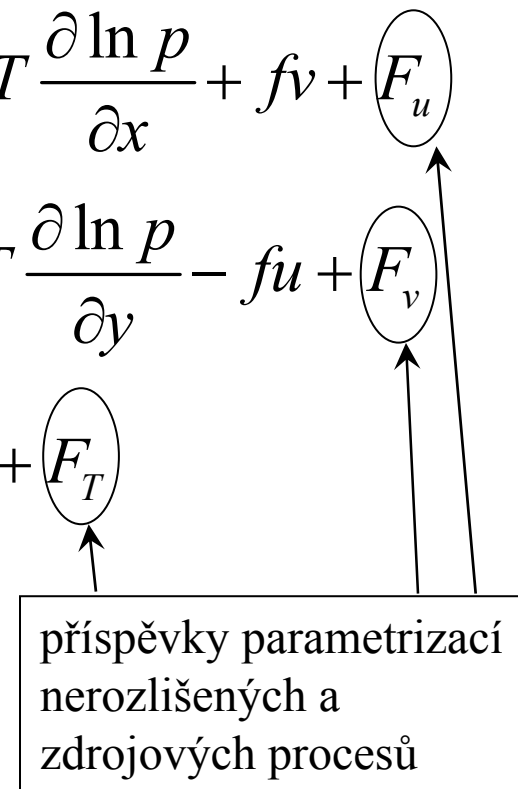
rovnice kontinuity vodní páry

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = -u \frac{\partial q}{\partial x} - v \frac{\partial q}{\partial y} - \dot{\eta} \frac{\partial q}{\partial \eta} + P - E + F_v$$

rovnice hydrostatické rovnováhy

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = -RT \frac{\partial \ln p}{\partial \eta}$$

příspěvky parametrizací nerozlišených a zdrojových procesů



# Diskretizace rovnic

- algebraická aproximace členů rovnic → **numerické schéma**
- aproximace vnáší do řešení chybu schématu
- požadujeme **konvergenci**: řešení numerického schématu se blíží k přesnému řešení, pokud se krok sítě blíží k nule
- **řád přesnosti** určuje, jak rychle se řešení numerického schématu blíží k přesnému řešení se zmenšujícím se krokem sítě

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = A \left( \Psi, \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right)$$

$$\frac{\Psi_{ijl}^{n+1} - \Psi_{ijl}^{n-1}}{2\Delta t} = \hat{A}(\Psi_{ijl}^n)$$

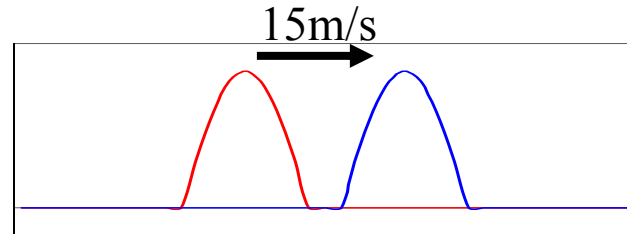
$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} \rightarrow \frac{\Psi_{(i+1)jl}^n - \Psi_{ijl}^n}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \rightarrow \frac{\Psi_{ij(l+1)}^n - \Psi_{ijl}^n}{\Delta \eta_l}$$

# Základní postupy a problémy při diskretizaci

rovnice advekce

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + u \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0$$



**metoda konečných diferencí:**

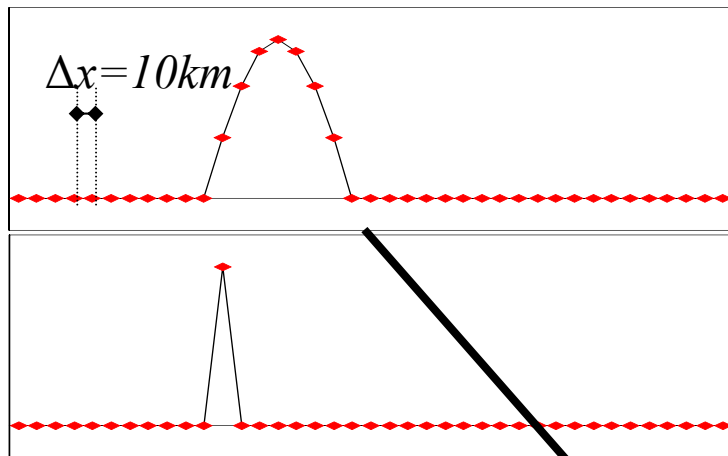
1. veličinu popíšeme hodnotami v uzlových bodech vzdálených  $\Delta x$
2. prostorové derivace aproximujeme pomocí rozdílů v sousedních bodech
3. předpověď (*integraci*) provedeme postupně v časových krocích  $\Delta t$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial t} &\rightarrow \frac{\Psi_i^{n+1} - \Psi_i^{n-1}}{2\Delta t} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial x} &\rightarrow \frac{\Psi_{i+1}^n - \Psi_{i-1}^n}{2\Delta x} \end{aligned} \right\}$$

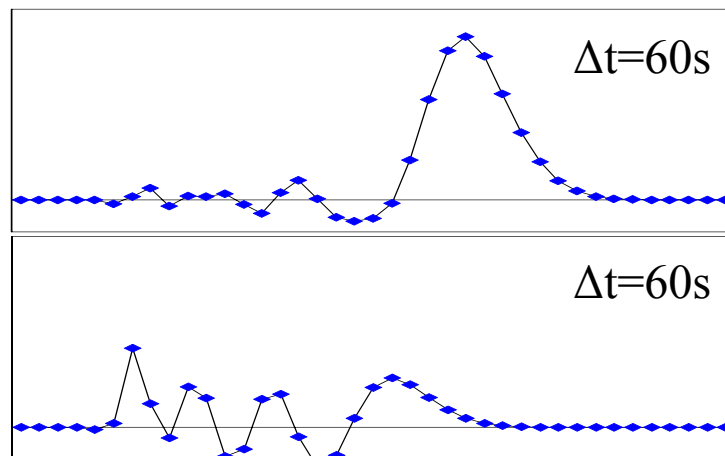
$$\Psi_i^{n+1} = \Psi_i^n - \frac{u\Delta t}{\Delta x} (\Psi_{i+1}^n - \Psi_{i-1}^n)$$

diferenční schéma rovnice advekce

t=0



t=2h



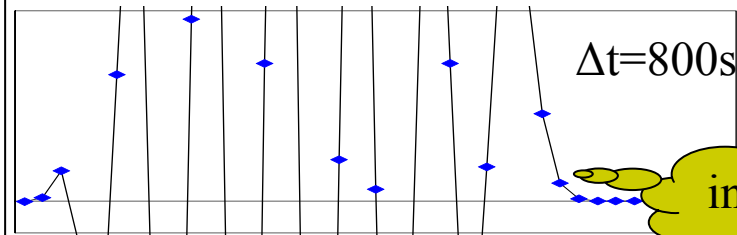
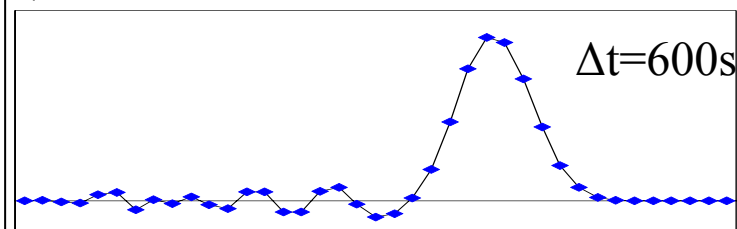
prostorová diskretizace vnáší do řešení chybu  
čím je útvar menšího měřítka a jeho rozměr se blíží kroku sítě  
tím je jeho reprezentace sítí a předpověď méně přesná

při prodlužování časového kroku se  
zpočátku výsledná chyba příliš nemění  
(je tedy daná hlavně chybou prostorové  
diskretizace), ale po dosažení určité  
meze pro  $\Delta t$  se schéma stane  
**nestabilním**

analýza by ukázala, že musí platit

$$C = u \Delta t / \Delta x < 1$$

(Courant-Fridrich-Levy kritérium)



instabilita

# Jak dál zpřesnit naše diferenční schéma

---

- největší vliv na chybu diferenčního schématu má přesnost výpočtu prostorové derivace, protože délka časového kroku je omezena podmínkou stability
- přímočaré zpřesnění zvýšením rozlišení – rostou výpočetní nároky (u plných modelů nejméně se třetí mocninou)
- zpřesnění výpočtu derivací pomocí lepších numerických metod
  - použití diferenčních schémat vyššího řádu
  - Galerkinových metod, při kterých diskrétními body výpočetní sítě proložíme funkce, jejichž derivaci lze vypočítat analyticky
    - spektrální metody (bázové funkce jsou globální jako Fourierovy funkce nebo Lagrangeovy polynomy)
    - metody konečných prvků (lokální báze)

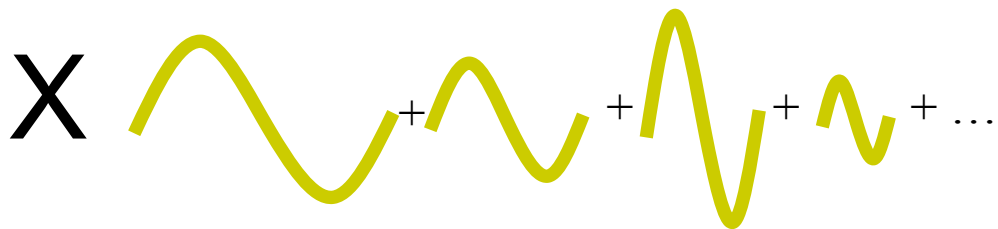
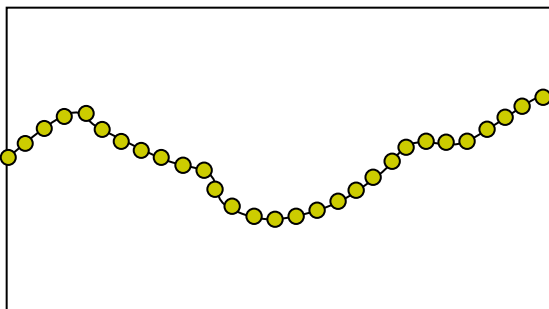


# Metodologická odbočka:

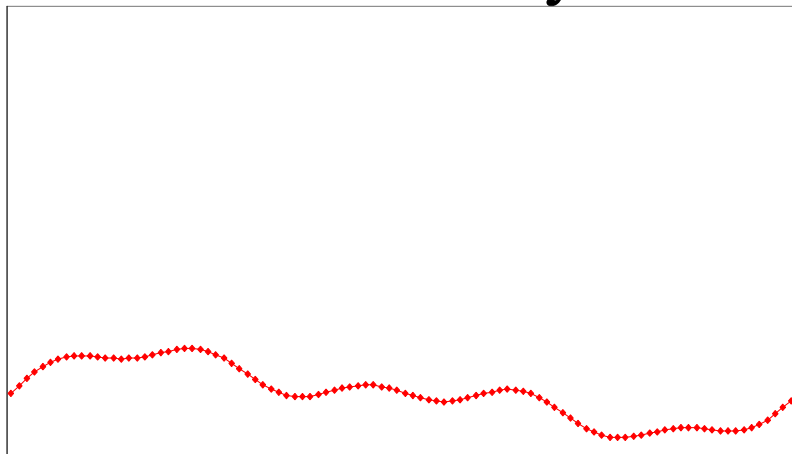
## Pole a vlny v numerickém schématu

---

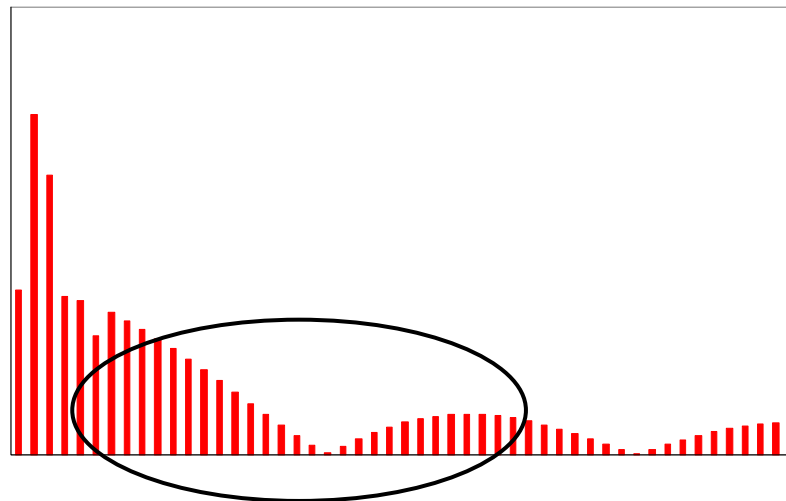
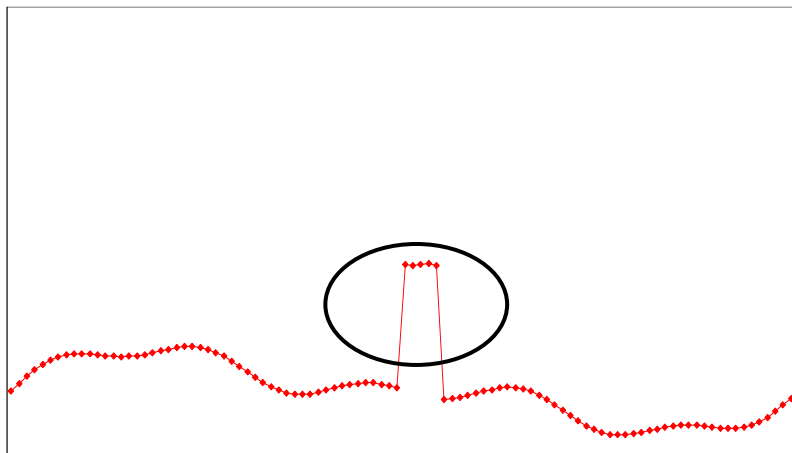
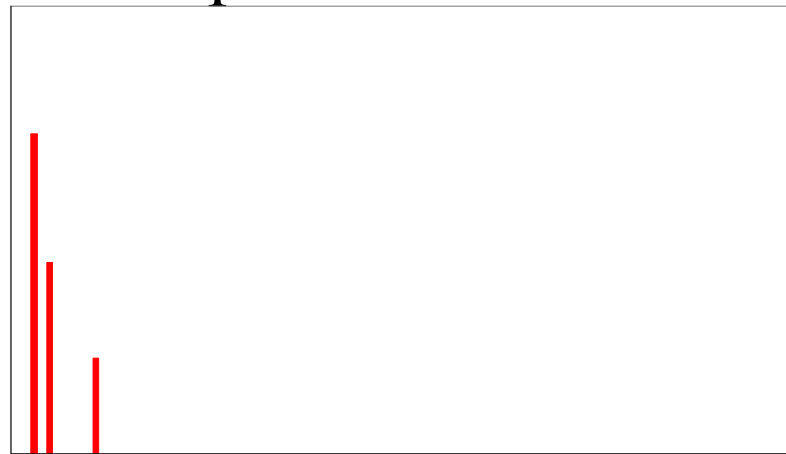
- každé pole může být popsáno buď svými hodnotami nebo amplitudami vln (spektrém), do kterých může být rozloženo (viz harmonická analýza)
- studium chování vln v numerického schématu je důležitým nástrojem pro jeho konstrukci a diagnostiku a je i návodem pro pochopení vlastností a možností modelu ve vztahu k předpovídání jevů různých měřítek



## Uzlové hodnoty



## Spektrum vln



Krátké vlny jsou zodpovědné za popis útvarů malých prostorových měřítek

# Další nástrahy na cestě k diskretizaci komplexních rovnic

---

- známe již všeobecnou chybu prostorové diskretizace při aproximaci prostorových derivací a problém numerické instability schématu při použití dlouhého časového kroku  $\Delta t$
- aliasing: kvadratický členy (např.  $u(\partial T / \partial x)$ ) v komplexnějších rovnicích působí falešnou reprezentaci vln pod rozlišovací schopností sítě do vln delších  $\rightarrow$  prostorová filtrace nebo ořezávání spektra
- akumulace energie v nejkratších vlnách způsobená přerušenou kaskádou spektra kinetické energie  $\rightarrow$  numerická difúze
- výskyt falešných řešení časového schématu (tzv. výpočetních módů)  $\rightarrow$  časová filtrace
- restrikce délky časového kroku přítomností rychlých vln, které nenesou meteorologickou informaci (gravitační a akustické vlny)  $\rightarrow$  (semi-) implicitní časová schémata
- ztráta konzervačních vlastností diferenčních verzí řídicích rovnic  $\rightarrow$  optimalizace, střídavé sítě, kompromisy

# Prostorová reprezentace polí

---

- atmosférické veličiny jsou reprezentovány hodnotami v uzlových bodech 3-dimenzionální sítě
- různá měřítka procesů v horizontálním a vertikálním směru => odlišný typ sítě v obou směrech
- rozlišení v horizontálním a vertikálním směru musí být v souladu, ale v praxi není pro ně jednoznačný vztah (např. globální IFS: 25km 91 hladin; ALADIN: 9km 43 hladin)
  - horizontální rozlišení dáno v první fázi výpočetními možnostmi
  - vertikální odvozeno od potřeb fyzikálních algoritmů v modelu a asimilace dat

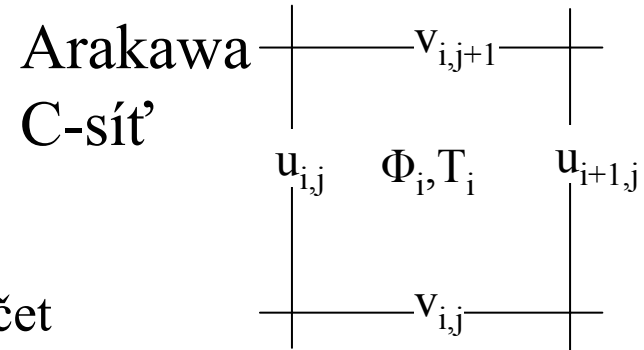
# Horizontální reprezentace a diskretizace

---

- základem je dvojdimenzionální síť uzlových bodů, která pokrývá předpovědní (*integrační*) oblast
- hodnoty předpovědních veličiny ( $u, v, T, \dots$ ) jsou zadány v uzlových bodech
- pro výpočet advekčních členů a tlakového gradientu je však nutné stanovit i prostorové derivace
- postup se dále liší podle toho, zda rovnice řeší předpověď
  - reálných hodnot veličin v uzlových bodech (modely konečných diferencí – *grid-point models*)
  - nebo spektrálních koeficientů vln, do kterých je pole předpovědních veličin transformováno (spektrální modely), příp. koeficientů jiných báзовých funkcí (modely konečných prvků)

# Modely konečných diferencí

- veškeré výpočty se provádějí na pravidelné modelové síti
- střídavé (Arakawovy) sítě: veličiny jsou různě rozmístěné v rámci boxu sítě za účelem zvýšení řádu aproximace derivací
- přes sofistikované techniky aproximace je výpočet derivací zatížen chybou, která je závislá na rozlišení (délce prostorového kroku sítě)
- často citovanou výhodou je vhodnost metody pro velmi vysoké rozlišení za přítomnosti velkých gradientů veličin
- nevýhodou jsou vyšší výpočetní nároky při stejném rozlišení sítě v porovnání se spektrálními modely
- používá se pro operativní modely na omezené oblasti (COSMO, WRF, HIRLAM, Unified Model) a výzkumné modely (Meso-NH, MM5)



$$\left( u \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i,j} \rightarrow u_i \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x}$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j} \rightarrow \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x}$$

$$\Psi_j = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\Psi}_k e_j^k \quad e_j^k = \exp(i 2\pi jk / N)$$

# Spektrální modely

- při spektrální metodě se horizontální pole popisují (namísto jejich uzlových hodnot) pomocí konečné řady vln o různé vlnové délce, tzv. spektrálních koeficientů
- výhodou je možnost analyticky přesného výpočtu horizontálních derivací a tím redukovat chybu numerického schématu
- spektrální metoda rovněž umožňuje přímou kontrolu spektra – ořezávání
  - kvadratické:  $3K+1 < N$
  - lineární:  $2K+1 < N$
- některé členy rovnic však nelze efektivně ve spektru počítat (kvadratické členy)
- spektrální modely proto používají kombinaci spektrálních a konečně diferencních metod:
  - výpočty fyzikálních parametrizací a nelineární členy se počítají na modelové (*kolokační*) síti jako u konečně diferencních modelů
  - výsledná pole se v každém časovém kroku transformují do spektrálních koeficientů, vypočtou se derivace, oříznou krátké vlny ze spektra, příp. provedou další výpočty a pole se transformují zpět do modelové sítě
- použití zejména pro globální modely (IFS, ARPEGE), ale i pro LAM (ALADIN, verze HIRLAM)

# Schéma kroku spektrálního modelu

výpočet derivací  
ve spektru

zpětná transformace  
do modelové sítě

výpočet pravých stran  
rovníc a fyzikálních parametrizací

transformace z modelové  
sítě do spektra

časový krok a další výpočty  
výhodné ve spektru

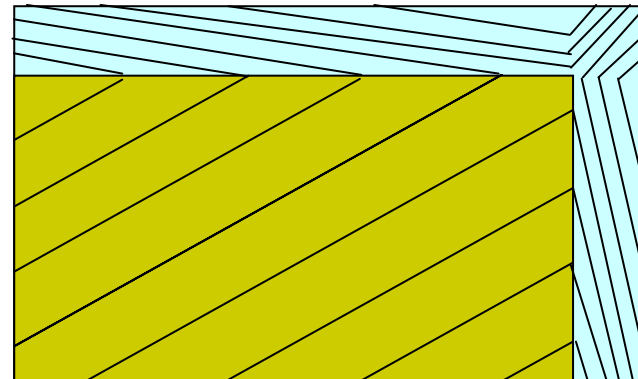
- v každém časovém kroku je nutné provádět jednu přímou a jednu zpětnou transformaci předpovědních polí
- podmínkou efektivity je proto efektivní algoritmus transformace
- nejefektivnější je **rychlá Fourierova transformace (FFT)**
- ne vždy je použití fourierovské báze možné nebo snadné, protože vyžaduje **periodicitu** transformovaných polí v  $N$

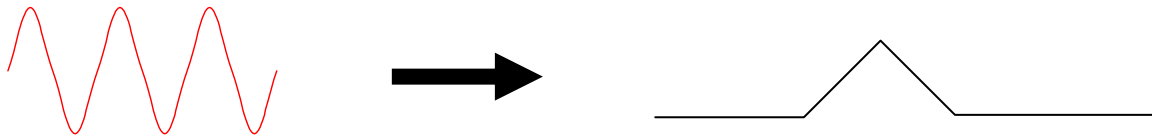
$$\Psi_j = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\Psi}_k e_j^k \quad e_j^k = \exp(i 2\pi jk / N)$$



# Spektrální modely globální a na omezené oblasti

- u **globálních modelů** jsou pole periodická pouze v zonálním směru => Fourierova transformace
- v meridionálním směru se používá Legenderova transformace, která však není tak efektivní
- proto budoucnost spektrální metody v globálních modelech s velmi vysokým rozlišením je vázána na nalezení efektivnější transformace v meridionálním směru
- na **omezené oblasti** nejsou pole v žádném směru periodická
- z důvodu efektivity se používají Fourierovy transformace v obou směrech  $x$  i  $y$
- bez dalšího ošetření by však nedostatek periodicity způsoboval vznik parazitních vln
- řešení v modelu ALADIN: periodicita zajištěna rozšířením polí do tzv. rozšiřující zóny (*extension zone*)





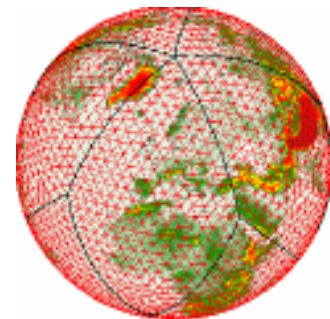
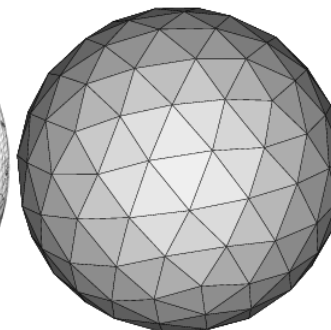
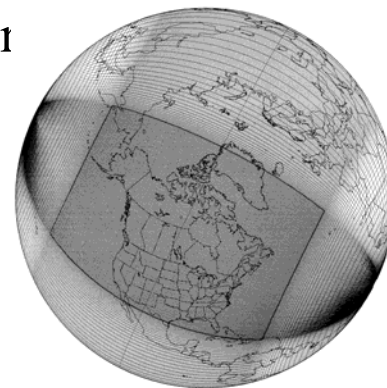
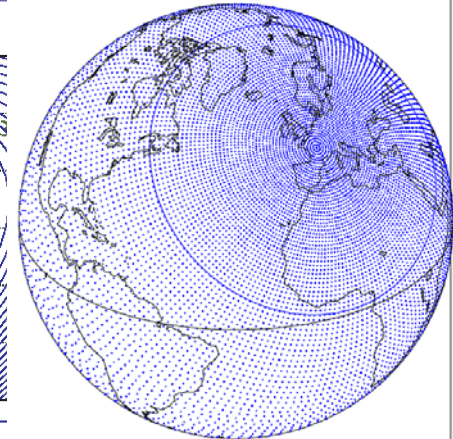
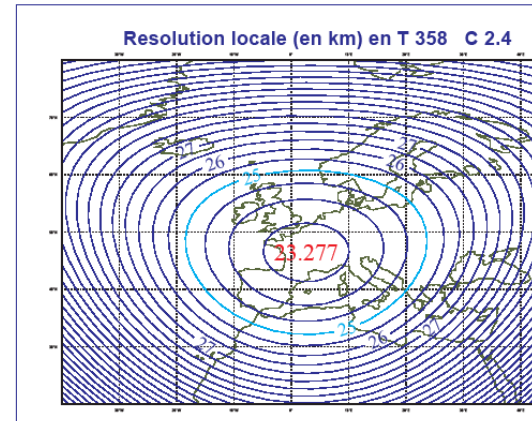
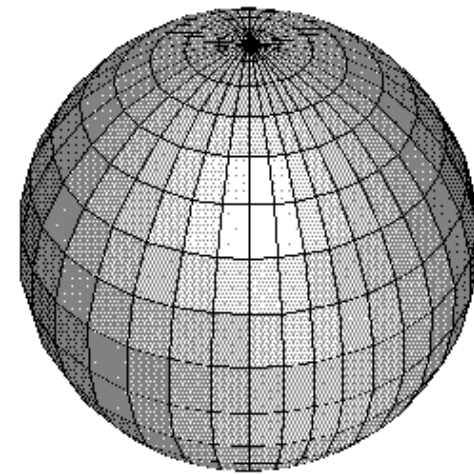
# Metoda konečných prvků

---

- podobný princip jako u spektrálních metod, bázové funkce ale nejsou globální, ale lokální
- přesnější než metody konečných diferencí
- konečné prvky umožňují konstrukci sítí s proměnným rozlišením, velmi rozšířená metoda v inženýrských aplikacích
- metoda nepožaduje periodicitu polí
- velmi vhodná metoda pro diskretizaci ve vertikálním směru
- při použití v horizontální diskretizaci problém s efektivitou řešení 2D matic, proto zatím ne příliš rozšířená metoda
- kanadský regionální model

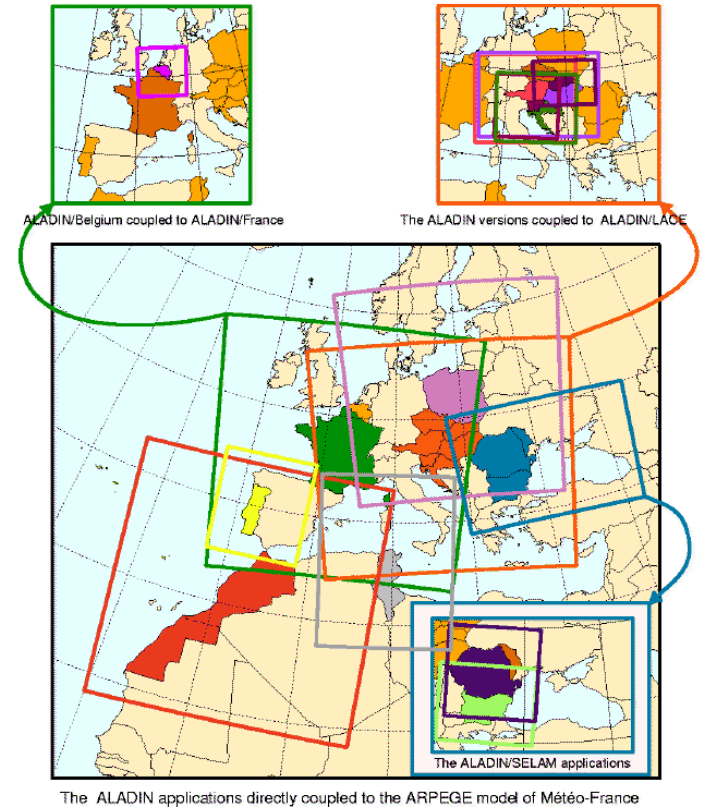
# Globální modelové sítě

- pravidelná geografická síť – velké rozdíly v rozlišení na rovníku a u pólu
- spektrální modely: gaussovská síť (šířky jsou dány gaussovskou kvadraturou), příp. redukovaná gaussovská síť (snižuje se počet bodů podél rovnoběžek tak, aby byla jejich fyzická vzdálenost zhruba konstantní)
- síť ARPEGE: proměnné rozlišení projekcí sféry na sférický parametr *stretching*  $c$  ( $c^2$  je poměr max a min rozlišení)
- sítě s proměnným krokem a ikosaedrální síť



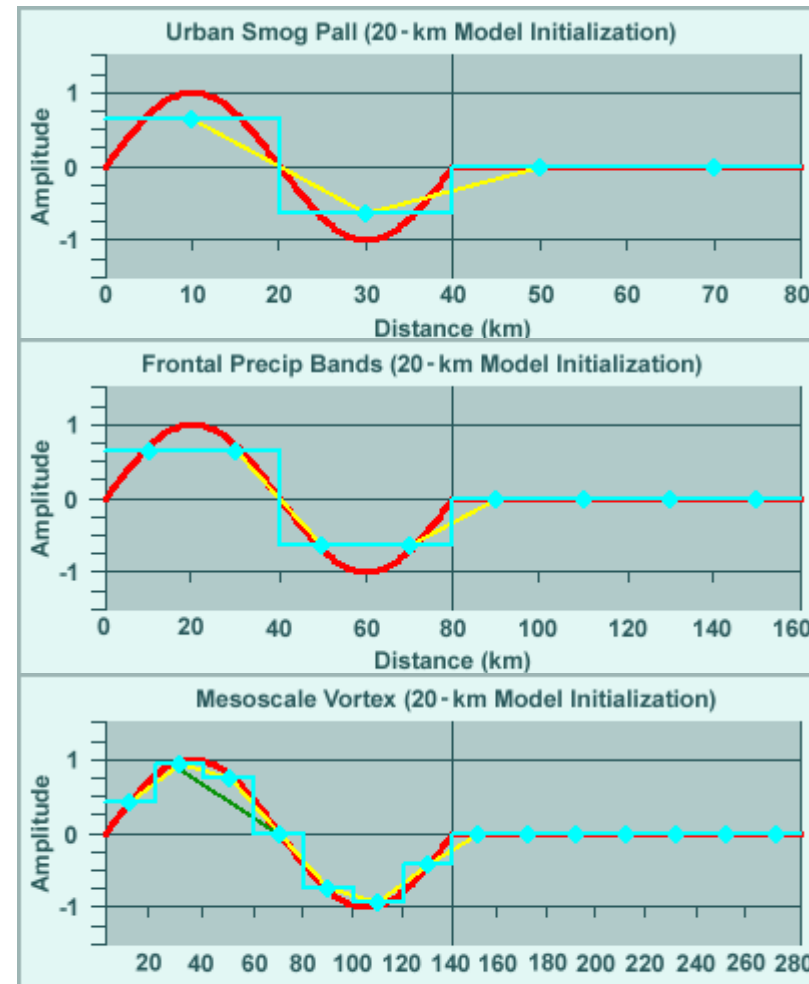
# Modelové sítě na omezené oblasti

- geografická síť (pravidelná v zeměpisné šířce a délce)
- síť na mapě v konformní projekci, optimalizovaná na minimalizaci variace mapového faktoru
  - stereografická – polární oblasti
  - Lambertova – mírné zeměpisné šířky
  - Mercatorova – rovníkové oblasti, případně po rotaci lze použít i mimo rovník



# Vztah horizontálního rozlišení sítě k reprezentaci procesů

- horizontální rozlišení se udává
  - u modelů na omezené oblasti jako vzdálenost uzlových bodů sítě na mapě
  - u globálních spektrálních modelů typem ořezávání spektra a maximálním vlnovým číslem, např. u aktuálního modelu ECMWF T<sub>1</sub>799 značí trojúhelníkové **lineární** ořezávání na maximálním vlnovém čísle 799, čemuž odpovídá síť s  $\Delta x = 2 * \pi * R / (2 * 799) = 25 \text{ km}$
- nejkratší vlna, kterou je modelová síť schopna popsat, má vlnovou délku  $2 * \Delta x$
- čím je vlna kratší, tím je hůře reprezentována a tím je hůře předpovídán její vývoj
- čím je útvar menší a k jeho popisu je třeba více krátkých vln, tím je nejen jeho reprezentace v síti, ale i následná předpověď horší (bez ohledu na kvalitu modelovacího algoritmu)
- např. u srážkových procesů je nejmenší rozlišený rozměr udáván jako  $6 * \Delta x$



reprezentace různých procesů modelem se sítí kroku 20km

# Vertikální diskretizace

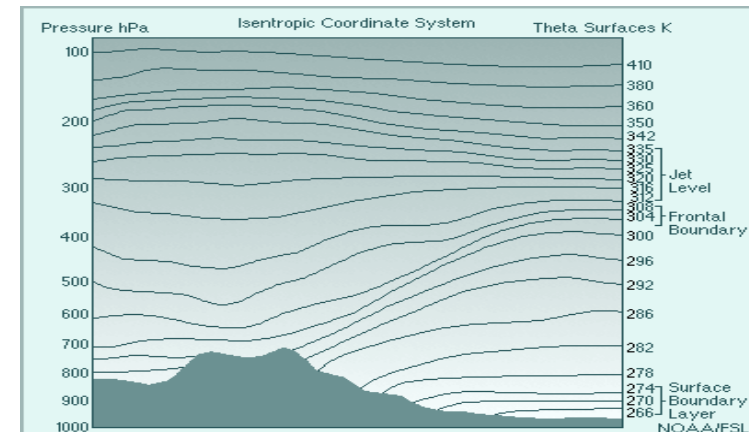
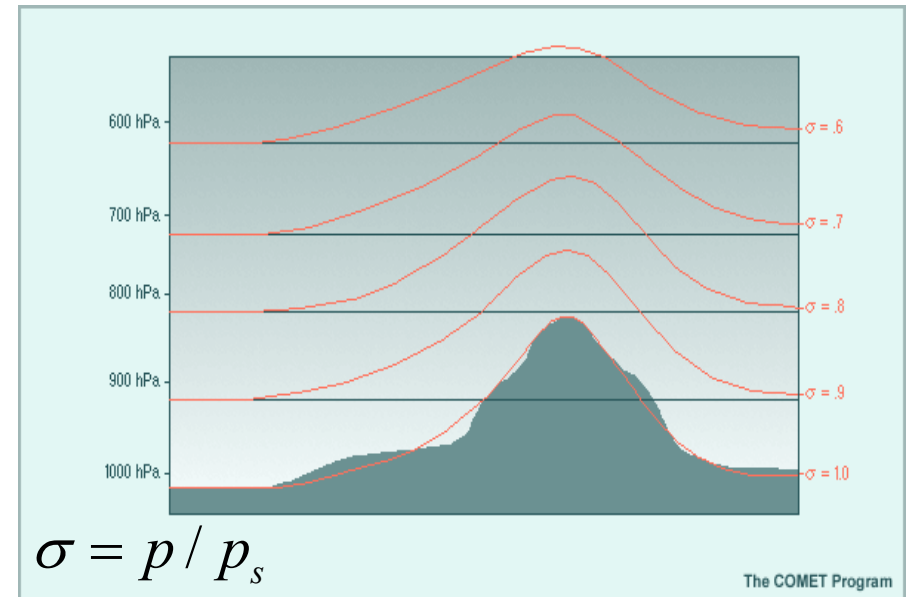
---

- správný popis vertikální struktury atmosféry předpokládá volbu adekvátní vertikální souřadnice a vertikální síť s dostatečným rozlišením
- odlišný charakter procesů v spodní a vysoké atmosféře vyžaduje řadu kompromisů a hybridních řešení
- síť sahá od mezní vrstvy (nad přízemní vrstvou) až po horní stratosféru, příp. do mezoféry (z důvodů asimilace družicových radiancí)
- jako diskretizační metody se používají vesměs konečné diference, příp. konečné prvky



# Typy vertikálních souřadnic

- hlavní požadavky na souřadnice:
  - monotónnost s výškou
  - zachování konzervativních vlastností atmosféry
  - správný popis tlakového gradientu v plochem i hornatém terénu
- vertikální souřadnice mohou být založeny na
  - geometrické výšce (z-systém)
  - tlaku (p-systém)
  - potenciální teplotě (izentropický,  $\theta$ -systém)
- pro praktické aplikace používány odvozené souřadnicové systémy kopírující modelový terén
  - sigma systém (p)
  - eta (p/z)
  - hybridní (sigma-p, theta-p)
- neexistuje ideální systém

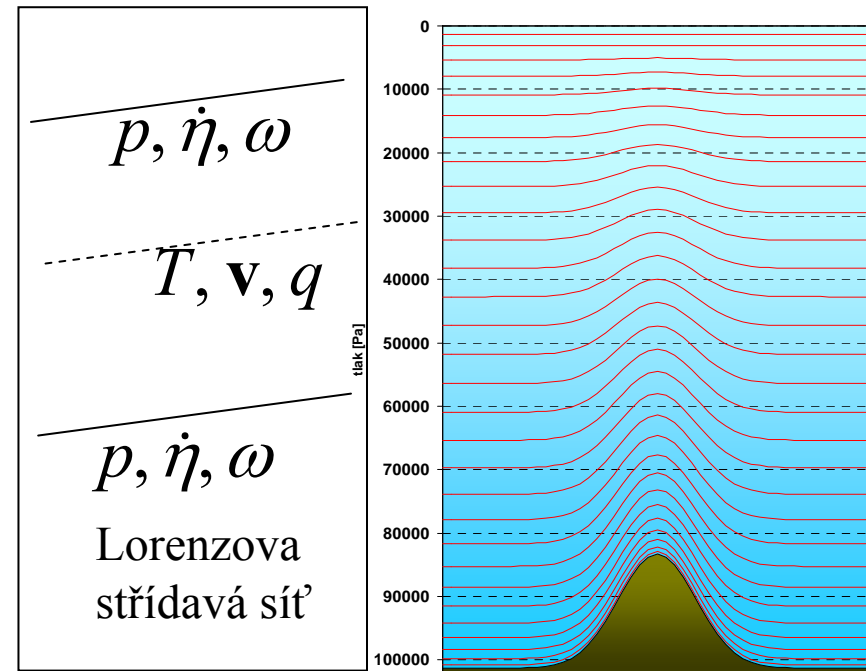


# Hybridní sigma-p systém a jeho diskretizace (ALADIN)

- sigma-systém v horní troposféře přechází do čistého p-systému
- souřadnicové plochy kopírují zemský povrch
- možnost zvýšeného rozlišení v mezní vrstvě a tropopauze
- obtížný výpočet tlakového gradientu  $-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_\eta - RT\left(\frac{\partial\ln p}{\partial x}\right)_\eta$
- rozdělení veličin na hladiny a vrstvy – střídavá síť (Lorenzova nebo Charneyova-Phillipsova)
- nutná důkladná analýza zachování konzervativních veličin po diskretizaci → přesný předpis výpočtu vertikálních členů a integrálů
- alternativní možnost použití vertikálních konečných prvků (méně konzervativní, ale přesnější)

$$p = A(\eta) + B(\eta)p_s, \quad \eta \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$A(0) = A(1) = B(0) = 0, \quad B(1) = 1$$





# O vertikálním rozlišení

---

- vertikální síť nemá homogenní rozlišení
- rozlišení více koncentrováno do míst typických pro procesy nejvíce ovlivňující předpověď podle zaměření konkrétního modelu
  - mezo-měřítkový model pro krátkodobou předpověď: mezní vrstva
  - globální modely pro střednědobou předpověď: stratosféra
- v důsledku provázanosti procesů je však nutné zachování harmonie rozlišení v celé atmosféře a její rovnováha s rozlišením horizontálním

# Časové schéma

---

- diskretizace časové derivace
- délku časového kroku  $\Delta t$   
ovlivňují především omezení  
na stabilitu než na přesnost
- typy schémat:
  - tří-hladinová, dvou-hladinová
  - explicitní, implicitní
  - eulerovská, semi-lagrangeovská

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = A(\Psi)$$

$$\frac{\Psi^{n+1} - \Psi^{n-1}}{2\Delta t} = A(\Psi^n)$$

$$\frac{\Psi^{n+1} - \Psi^n}{\Delta t} = A(\Psi^n)$$

$$\frac{\Psi^{n+1} - \Psi^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{1}{2} [A(\Psi^{n+1}) + A(\Psi^{n-1})]$$

# Základní explicitní časové schéma

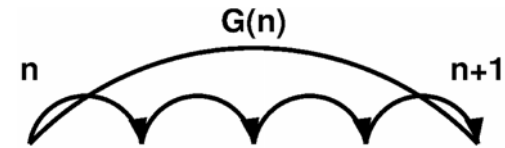
$$\frac{\Psi_{ijl}^{n+1} - \Psi_{ijl}^{n-1}}{2\Delta t} = A(\Psi_{ijl}^n) \rightarrow \Psi_{ijl}^{n+1} = \Psi_{ijl}^{n-1} + 2\Delta t \hat{A}(\Psi_{ijl}^n)$$

- cyklus přes časové kroky:
  - výpočet pravých stran rovnic  $A(\Psi)$  z hodnot předpovědních polí v čase  $n$
  - výpočet nových hodnot předpovědních polí v novém čase  $n+1$
- problém stability: CFL kritérium  $c\Delta t < \Delta x$ , kde  $c$  je fázová rychlost nejrychlejších vln
  - např. gravitační vlny v hydrostatickém modelu mají  $c=300\text{m/s}$  a pro  $\Delta x=10\text{km}$  musí  $\Delta t < 30\text{s}$  !

# Metody stabilizace

---

- stabilizace rychlých vln ( $c\Delta t < \Delta x$ ):
  - rozštěpení časového kroku na členy pro pomalé a rychlé vlny (*split-explicit*)
  - zpomalení nejrychlejších vln pomocí (semi-)implicitních metod
- stabilizace advekce ( $u\Delta t < \Delta x$ ):
  - semi-lagrangeova metoda



$$\frac{\Psi^{n+1} - \Psi^{n-1}}{2\Delta t} =$$

$$\frac{1}{2} [A(\Psi^{n+1}) + A(\Psi^{n-1})]$$

# (Semi-)implicitní schéma

- pravé strany (tendence) rozdělíme na část
  - advekce A
  - lineární část L (linearizovaná kolem nějakého základního stavu atmosféry)
  - zbylé nelineární členy N
  - tendence fyzikálních parametrizací P
- lineární model vln L stabilizujeme jeho implicitním výpočtem – **semi-implicitní schéma**: odstranění CFL omezení  $c\Delta t < \Delta x$  pro gravitační a zvukové vlny
- nelineární část N zůstává explicitní, což v případě nehydrostatického modelu může způsobovat nelineární instability → implicitní výpočet → nutnost iterativního řešení – **iterativní centrované implicitní schéma (ICI)**

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = A + L + N + P$$

$$L \left( \frac{\Psi^{n+1} + \Psi^{n-1}}{2} \right)$$

$$\frac{N(\Psi^{n+1}) + N(\Psi^{n-1})}{2}$$

# Semi-lagrangeovská metoda

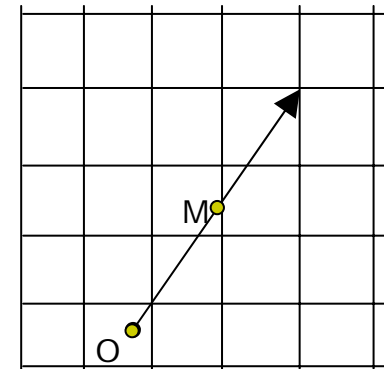
- po aplikaci semi-implicitního schématu zůstává CFL omezení od advekčních členů ve tvaru  $u\Delta t < \Delta x$ , kde  $u$  je nejvyšší dovolená rychlost proudění (např. v jetu)
- při lagrangeovské metodě advekci nepopisujeme jako lokální tendenci veličiny způsobenou prouděním z okolních bodů, ale jako celkovou změnu veličiny podél její trajektorie: namísto popisu atmosféry souborem fixních bodů ji popisujeme souborem pohybujících se částic
- semi-lagrangeovské schéma: v každém časovém kroku vybereme jiný soubor částic, a to takových, které právě dorazí do modelové sítě
- semi-lagrangeovské schéma odstraňuje CFL kritérium  $u\Delta t < \Delta x$  a nahrazuje je mnohem slabším Lipschitzovým kritériem (trajektorie se nesmí protínat)

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -u \frac{\partial \Psi}{\partial x} - v \frac{\partial \Psi}{\partial y} - \dot{\eta} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} + \dots$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_A$

$$\frac{d\Psi}{dt} = L + N + P$$

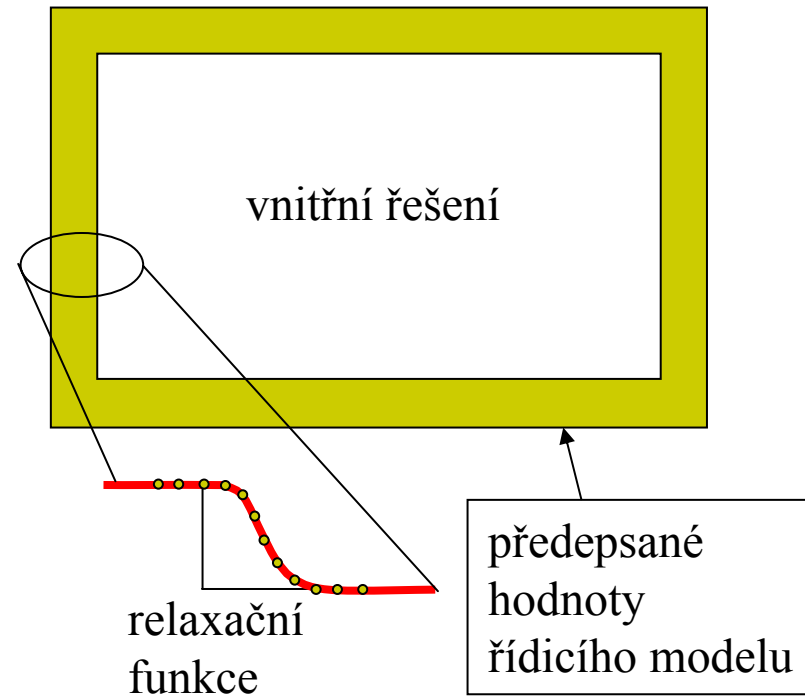
$$\frac{\Psi_{ijl}^{n+1} - \Psi_{*O}^{n-1}}{2\Delta t} = L \left( \frac{\Psi_{ijl}^{n+1} + \Psi_{*O}^{n-1}}{2} \right) + N_{*M}^n + P_{*O}^{n-1}$$



Kombinace semi-lagrangeovské a semi-implicitní metody umožňuje dosahovat při poměrně malém nárůstu výpočtů ultimátních časových kroků (CFL až 10!) a tím vytváří prostor pro aplikaci náročnějších algoritmů v jiných částech modelu a pro zvyšování rozlišení.

# Okrajové podmínky

- spodní okrajová podmínka:
  - obecně dána  $v_{\text{surf}}=0$ , avšak konkrétní promítnutí do  $v_L$  závisí na konkrétním vertikálním systému
  - zahrnutí výměny tepla a vodní páry se zemským povrchem
- horní okrajová podmínka: výměna záření s prostorem, radiace vertikálních vln
- modely na omezené oblasti: boční okrajová podmínka (*lateral boundary condition* – LBC)
  - prostřednictvím časově proměnných LBC je předávána informace z řídicího modelu – proto se o LBC hovoří také o propojení modelů (*coupling*)
  - z důvodu omezení odrazu vln od okrajů se LBC předávají v úzkém přechodovém pásu podél okraje integrační oblasti (tzv. *coupling zone*)
  - v tomto pásu probíhá přizpůsobení vnitřního řešení modelu datům řídicího modelu a často se zde vyskytuje falešná konvergence proudění a další jevy



- kvalita předpovědi modelu klesá u okrajů integrační oblasti a časem chyba LBC ovlivňuje řešení v celé integrační oblasti
- vliv na kvalitu LBC má rovněž četnost aktualizace dat z řídicího modelu (3 hodiny maximum u modelů typu ALADIN)

Čím je integrační oblast modelu na omezené oblasti menší, tím dříve jeho vnitřní řešení ovlivní chyby okrajových podmínek a tím kratší délku předpovědi má smysl počítat.

# Shrnutí

---

- Přesnost a efektivnost numerických metod je základem kvalitního numerického modelu.
- Výchozí řídicí rovnice a fyzikální předpoklady, jejich numerická aproximace a prostorová a časová reprezentace veličin musí být v souladu a je často výsledkem kompromisů, ovlivněným technickými a organizačními podmínkami. Neexistuje ideální model.
- Pro pokročilého uživatele modelových předpovědí je důležitá znalost
  - jaké a jak jsou jednotlivé procesy předpovídaný modelovými rovnicemi;
  - jak jsou atmosférické parametry a procesy reprezentovány modelovou sítí.



# Příklady evropských modelů

	$\Delta x$ (km)	počet hladin	typ, oblast
ČHMÚ: ALADIN/CE	9	43	spektr., LAM
M-F: ARPEGE	23 (v Evropě)	47	spektr., G stretching
UK-MO: UM global	40	50	kon.dif., G
UK-MO: UM NAE	12	38	kon.dif., LAM
DWD: GME	40	40	kon.dif., G
DWD: COSMO-EU	7	40	kon.dif., LAM
DWD: COSMO-DE	2,8	50	kon.dif., LAM
ECMWF: IFS	25	91	spektr., G